

Vorming van Estuariene Troebelheidsmaxima in Gedeeltelijk Gemengde Estuaria ¹

Projectnummer: DG-543
Projectleider: Prof. dr. J. Dronkers

Verslag van werkzaamheden

Periode: 1 Februari 2002 – 31 December 2002

H.M. Schuttelaars

¹Dit project is uitgevoerd in opdracht van het Rijksinstituut voor Kust en Zee te Den Haag

OPDRACHTGEVER:	Rijksinstituut voor Kust en Zee te Den Haag
TITEL:	Vorming van Estuariene Troebelheidsmaxima in Gedeeltelijk Gemengde Estuaria
SAMENVATTING:	
<p>In dit rapport worden resultaten besproken van onderzoek dat is uitgevoerd om een beter inzicht te krijgen in de vorming van waargenomen troebelheidsmaxima in estuaria. De mechanismen die leiden tot de vorming van deze troebelheidsmaxima zijn beschreven in het voortgangsrapport van 15 oktober 2002 (zie appendix B). Troebelheidsmaxima zijn van groot belang voor de ecologie van estuarie. Verder wordt er op plekken met hoge turbiditeit vaak veel sediment gedeponeed, wat economisch gezien negatieve effecten kan hebben (scheepvaart).</p> <p>In dit onderzoek is vooral de invloed van een ruimtelijk variabele erosiecoëfficiënt van fijn sediment op de vorming van estuariene troebelheidsmaxima onderzocht. De motivatie voor deze stap was dat waarnemingen laten zien dat er poelen van fijn sediment gelokaliseerd voorkomen in estuaria. Dit suggereert dat de erodeerbaarheid van de bodem ook ruimtelijk variabel is, namelijk waar veel fijn sediment aanwezig is zal het makkelijk geërodeerd worden, terwijl een afwezigheid van fijn sediment zich vertaalt in een niet-erodeerbare bodem.</p> <p>Een belangrijk resultaat is dat deze veronderstelling het mogelijk maakt om een feedback tussen erosie, depositie en waterbeweging te bewerkstelligen zodanig dat een (stabiel) evenwicht kan ontstaan. Als het estuarium stabiel gestratificeerd is, wordt er één sterk turbiditeitsmaximum gevonden. Is het estuarium goed doorgemengd, dan worden er twee estuariene turbiditeitsmaxima gevonden. Deze resultaten komen goed overeen met veldwaarnemingen in de York rivier, een micro-getijde estuarium aan de oostkust van de VS.</p>	

Nederlandse samenvatting

In veel estuaria worden specifieke lokaties waargenomen waar fijn, gesuspenseerd sediment in hoge concentraties voorkomt, de zogenaamde troebelheidsmaxima. In de literatuur zijn vele mechanismen bekend die kunnen resulteren in deze convergentie van fijn materiaal (zie onder andere Hansen & Rattray (1965); Geyer (1993); Jay & Musiak (1994)). Deze mechanismen zijn kort samengevat in de vorige voortgangsrapportage (1 Februari 2002 — 15 Oktober 2002, zie appendix B).

Veldmetingen in een gedeeltelijk gemengd, micro-getijde systeem laten het volgende zien (Lin & Kuo, 2001):

- Als de waterkolom gestratificeerd is, wordt er één estuarien turbiditeitsmaximum (ETM) waargenomen nabij de overgang van brak naar zout water.
- Deze ETM wordt zwakker en schuift naar een meer bovenstroomse positie als de stratificatie sterker wordt (meer rivierafvoer)
- Tijdens goed doorgemengde omstandigheden worden er twee ETMs waargenomen: één nabij de overgang van brak naar zout water, de tweede ongeveer 30 km benedenstrooms van de eerste.

In dit rapport wordt bekeken welke fysische mechanismen resulteren in de vorming van één of twee ETMs en wat het relatieve belang en de afhankelijkheid voor fysische parameters van de verschillende mechanismen is. Om binnen de modelcontext morfologische evenwichtssituaties te vinden waarbij lokaal hoge concentraties worden waargenomen is het essentieel gebleken om de erosiecoëfficiënt afhankelijk te laten zijn van de lokatie in het estuarium. Dit beschrijft de plaatsafhankelijke beschikbaarheid van sediment. Uit model-experimenten volgt dat tijdens gestratificeerde condities er één sterk ETM aanwezig is, tijdens goed doorgemengde omstandigheden kan een tweede ETM worden gevormd. Verder resulteert stratificatie in een afname van de sterkte van de ETMs en een relatieve, bovenstroomse verplaatsing.

Zowel vanuit ecologisch als economisch standpunt is het van groot belang de dynamica van estuaria en ETMs beter te begrijpen. Op lokaties waar ETMs aanwezig zijn, wordt vaak veel sediment gedeponeed. In het geval dat deze lokaties zich in de buurt van havens of vaartgeulen bevinden, leidt dit tot grote bagger-inspanningen. Zowel natuurlijke veranderingen (bijv. klimaatverandering) als menselijke ingrepen (bijv. aanleg kustverdedigingswerken) kunnen resulteren in een veranderde lokatie van de ETMs met alle mogelijke economische gevolgen van dien. Verder kan een beter begrip van ETMs leiden tot belangrijke inzichten in estuariene ecologie, visserij en de dynamica van nutriënten. Het is bekend dat bijvoorbeeld detritus in grote getalen voorkomt in de ETMs, wat weer resulteert in een hogere productiviteit van organismen die zooplankton consumeren. De larven van vissen kunnen zich weer voeden met deze grazers. Bovendien kunnen ze zich verbergen in de troebele wateren voor roofdieren. Natuurlijk heeft de geringere aanwezigheid van licht ook gevolgen voor de aanwezigheid van zeegras (De Jonge & De Jonge, 1992; Moore *et al.*, 1997) en op de doeltreffendheid

van vissen die visueel jagen (Barrett *et al.*, 1992).

Een gedetailleerde uitwerking van het model en beschrijving van de experimenten is te vinden in de annex (pp. 8–26). Deze tekst van deze annex zal binnenkort ter publikatie worden aangeboden aan een peer-reviewed wetenschappelijk tijdschrift.

Aanbevelingen met betrekking tot verder onderzoek

Het model zoals beschreven in de annex is uitermate geschikt om de fysische processen die een rol spelen bij de vorming van ETMs te identificeren en de afhankelijkheid van parameters te onderzoeken. Echter, het model kent ook zijn beperkingen. Dit blijkt ook wel uit de behaalde resultaten, zoals beschreven in appendix B. Het model kan derhalve als basisgereedschap dienen om verder inzicht te verkrijgen in de dynamica van troebelheidsmaxima en deze kennis gebruiken om aanbevelingen te doen met betrekking tot een effectief beheer van estuaria. Daartoe dient het model op een aantal punten te worden uitgebreid. In deze sectieworden aanbevelingen gegeven met betrekking tot de belangrijkste uitbreidinge, in de volgende sectie wordt uiteengezet hoe daarmee bestaande kennisleemtes opgevuld kunnen worden. De belangrijkste beperkingen zijn:

1. Het model beschreven in de annex is ontwikkeld voor micro-getijde estuaria, zoals bijvoorbeeld waargenomen langs de oost-kust van de Verenigde Staten. Echter, veel Europese estuaria kennen meso—macro getijde condities (bijv. Elbe, Westerschelde, toekomstig Haringvliet). Het is belangrijk het model ook geschikt te maken voor deze estuaria.
2. Op dit moment wordt het systeem alleen geforceerd met een M_2 getijdecomponent aan de monding van het estuarium. Dit is correct voor een beschrijving van de estuaria in de VS, echter langs de Nederlandse kust is een niet-verwaarloosbare M_4 getijde component aanwezig. Het belang van deze getijdecomponent voor de hydro- en morfodynamica van getijbekkens in het Nederlandse kuststelsel blijkt uit verschillende studies (Verbeek *et al.*, 1999; Schuttelaars & De Swart, 2000; Jeuken, 2000; Tönis *et al.*, 2002; Wang *et al.*, 2002).
3. De invloed van bijvoorbeeld de springtij—doodtij cyclus op de vorming van een ETM is niet meegenomen in dit model. Bij transport van fijn materiaal speelt dit een zeer belangrijke rol (Schoellhamer, 2001).
4. Het effect van zeespiegelstijging en klimaatsveranderingen (bijvoorbeeld hogere rivierafvoer) op de lokaties van de ETMs is niet meegenomen in het model. Veranderingen van de zeespiegel hebben een grote invloed op de dynamiek van getijbekkens: ze zorgen voor andere getijkarakteristieken en transportprocessen en beïnvloeden zo de morfodynamiek en ecologie, zie b.v. Van der Spek (1997).
5. Het is bekend dat ETMs een grote invloed hebben op de ecologische aspecten in estuaria. De ecologie op zijn beurt beïnvloedt weer de waterbeweging en beschikbaarheid van sediment. Deze koppeling tussen ecologie en morfologie is niet aanwezig in het huidige model.

6. Het belang van transversale circulaties is nu nog niet meegenomen: deze circulaties kunnen zorgen voor een efficiënte uitwisseling van fijn sediment tussen geulen en platen en daarmee het karakter van de ETMs beïnvloeden (Cáceres *et al.*, 2002).
7. Het fijne sediment wordt op dit moment als niet-cohesief beschouwd. In veel Nederlandse bekkens is dat echter cruciaal en leidt dit tot nieuwe effecten, zoals consolidatie, scour lag, etc., zie Winterwerp (1999).
8. De modelresultaten zijn op dit moment slechts kwalitatief met veldmetingen vergeleken. Verder is er nog geen vergelijking gemaakt met resultaten zoals gevonden met meer complexe modellen (Jeuken, 2000).
9. De invloed van geometrie kan niet binnen de modelcontext worden bestudeerd. Dit betekent dat met het huidige model de effecten van bijvoorbeeld constructies en uitbreidingen van kustverdedigingswerken op de ETMs niet kunnen worden bestudeerd.

Onderzoeksstrategie met betrekking tot de aanbevelingen

De gewenste uitbreidingen, zoals hierboven beschreven, kunnen op de volgende manier worden bestudeerd:

1. Het grootste verschil tussen micro-getijde estuaria en meso-/macro-getijde estuaria is het feit dat er in laatstgenoemde typen estuaria veel meer sediment wordt verplaatst. Dit betekent dat bodemveranderingen expliciet meegenomen moeten worden. Daarnaast beïnvloedt de grotere getijslag de menging. Verder zal het Richardson getal lokaal uitgerekend dienen te worden in plaats van globaal.
2. Ook langs de Nederlandse kust is de M_2 getijcomponent de belangrijkste getijcomponent. De verhouding van de M_4 en M_2 getijamplituden is relatief klein en kan dus worden meegenomen als een expansie in een kleine parameter (zie bijvoorbeeld Schuttelaars & De Swart (2000)).
3. De invloed van de springtij-doodtij cyclus kan worden beschouwd door de bodemverandering niet alleen te middelen over de getij-periode, maar ook over de periode behorend bij de springtij-doodtij cyclus. Dit betekent dat de waterbeweging en concentratieprofielen behorend bij de S_2 getijcomponent expliciet berekend dienen te worden.
4. Door het invoeren van een langzame tijdschaal (tijdschaal waarop zeespiegel/klimaat significant verandert) kan deze invloed systematisch worden onderzocht. Naast veranderingen van de waterdiepte zullen ook de getijkarakteristieken (amplitude, asymmetrie) en netto stromingen veranderen.
5. Ecologische aspecten kunnen met behulp van simpele formuleringen worden verdisconteerd in fysische grootheden (bijvoorbeeld invloed van mosselbanken en zeegras op de erosiecoëfficiënt en de bodemruwheid). Anderzijds kunnen de

aanwezigheid van bijvoorbeeld mossels en zeegras op een simpele manier gekoppeld worden aan fysische grootheden zoals de hoeveelheid licht (gerelateerd aan de diepte en de hoeveelheid opgelost sediment), zoutgehalte, nutriënten.

6. Door kleine bodemvariaties in de transversale richting toe te staan kunnen de vergelijkingen worden uitgebreid met deze dimensie. Een eerste aanwijzing voor het feit dat deze methode inderdaad bruikbare resultaten oplevert is te vinden in Schramkowski *et al.* (2002).
7. Het cohesief zijn van het materiaal kan in eerste instantie in het model worden verdisconteerd door een formulering voor erosie van sediment te nemen die meer geschikt is voor fijn sediment, bijvoorbeeld de Partheniades–Krone formulering. Als een tweede stap kan de samenstelling van de bodem dynamisch worden berekend en consolidatie worden verdisconteerd. Verder is het mogelijk eenvoudige flocculatiemodellen te gebruiken om de korrelgrootte–verdeling te berekenen.
8. Het is essentieel de modelresultaten beter te vergelijken met velddata en complexe modellen. Aangezien zowel velddata als complexe modellen aanwezig zijn, is dit punt zeker uitvoerbaar.
9. Dit probleem vraagt om een sterke interactie tussen modellen ontwikkeld om de fysica inzichtelijk te maken (zoals in de annex beschreven) en modellen geschikt om willekeurige geometrieën te bestuderen (complexe modellen).

Voor het verdere vervolgonderzoek is het van belang een zekere mate van prioritering te geven met betrekking tot de hierboven genoemde punten. Uitgaande van het feit dat het onderzoek resultaten moet opleveren die voor het RIKZ van direct (en niet alleen indirect) belang zijn is het belangrijk om het model allereerst geschikt te maken voor twee estuaria in het Nederlandse kuststelsel, te weten de Westerschelde en het Haringvliet. De reden om deze twee gebieden te selecteren is dat er voor de Westerschelde al veel kennis en data beschikbaar is, terwijl er plannen zijn om over een aantal jaren het Haringvliet weer een dynamisch estuarium te laten zijn. Het idee is dus dat het model kan worden ingezet om vragen te beantwoorden die samenhangen met een effectief beheer van dit estuarium.

Dit leidt dan tot een volgend concreet plan. Uitgangspunten hierbij zijn:

- het onderzoek wordt uitgevoerd door 1 medewerker (tenminste enkele jaren postdoc ervaring)
- er is inhoudelijke ondersteuning van andere onderzoekers
- het onderzoek wordt ingebed in NCK kader

Zo'n onderzoeksproject zou dan bestaan uit 2 fasen met looptijden van 2 jaar, respectievelijk 3 jaar. In fase 1 (looptijd van 2 jaar) wordt prioriteit gegeven aan:

- het model geschikt maken voor omstandigheden, die representatief zijn voor de Westerschelde en het Haringvlietestuaria (feitelijk de hierboven genoemde items 1,2 en 3)

- een eerste vergelijk van modelresultaten met veldgegevens en resultaten verkregen met numerieke modellen (zoals Delft3D), feitelijk item 8 hierboven.

In deze fase dient intensief te worden samengewerkt met andere onderzoekers en beleidsmedewerkers, die zich richten op de problematiek van de hydro/morfodynamiek en ecologie van de Westerschelde en Haringvliet, zoals medewerkers van het RIKZ, WL, TUD, NIOO en NIOZ.

Daarnaast dient in deze fase intensief overleg plaats te vinden over de invulling van een 2e fase van het onderzoek (geschatte looptijd van tenminste 3 jaar). De prioritering van het onderzoek in de 2e fase hangt af van de speerpunten, zoals die in de 1e fase naar voren zullen komen, maar ook van de beschikbare menskracht en financiële randvoorwaarden.

Formation of Estuarine Turbidity Maxima in Partially Mixed Estuaries

28th November 2002

Abstract

In many estuaries and tidal channels particles are trapped at specific locations due to converging suspended sediment fluxes caused by the joint action of tide- and density-driven currents. These convergences can result in pronounced estuarine turbidity maxima (ETM). From observations in the York river, a tributary to the Chesapeake Bay (VA.), it can be concluded that during moderate stratified conditions usually one near-bed ETM is found. When the stratification is stronger, the ETM weakens and is pushed upstream, while during more mixed conditions a second, downstream ETM is produced.

In this contribution a simple model is developed and analysed to gain more understanding about ETM dynamics. The geometry consists of an open channel with rectangular cross-section, whereas the width converges exponentially. At the seaside the system is forced by a prescribed tidal elevation, whilst at the landside a river inflow is imposed. The density profile is either prescribed diagnostically in both the horizontal and vertical direction or calculated diagnostically. The water motion is modelled by the width-averaged shallow water equations. The width-averaged advection-diffusion equation is used to find the concentration profiles in the embayment. Approximate solutions of this coupled system of equations are obtained by expanding the physical variables in the small parameter Z/H where Z is the amplitude of the vertical tide and H the undisturbed water depth. Analytic solutions show that time-averaged sediment fluxes result from residual gravitational circulation and tidal velocity asymmetry. The predicted dependence of the location of the convergences in the time-averaged sediment fluxes on tidal forcing and fresh water discharge appears to coincide with the observations in the York river. However, it turns out that the strength of the ETMs can only be explained by allowing for bed erodibility which is not uniform in the along-channel direction. Furthermore, it is shown that more than one ETM can be found if the stratification in the vertical is negligible. The absence of vertical stratification models the situations in which the water column is so unstably stratified, that the stratification is eliminated by mixing processes.

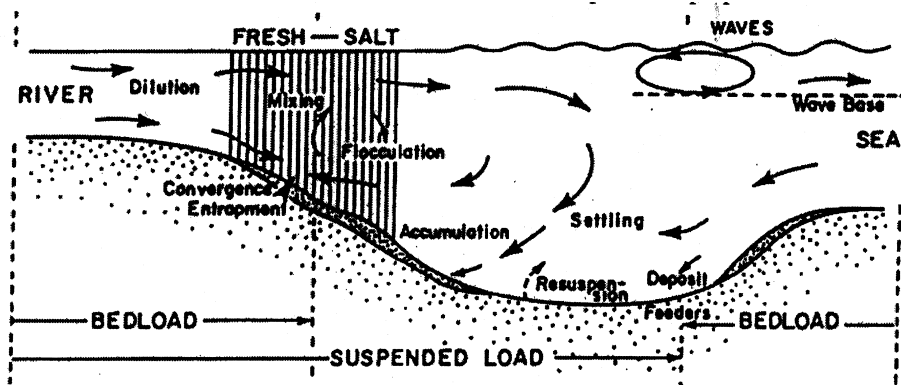


Figure 1: Schematic diagram illustrating the classical model for formation of the ETM in micro-tidal partially-mixed estuaries by convergence of river flow and near-bed gravitational circulation (from Nichols & Biggs (1985))

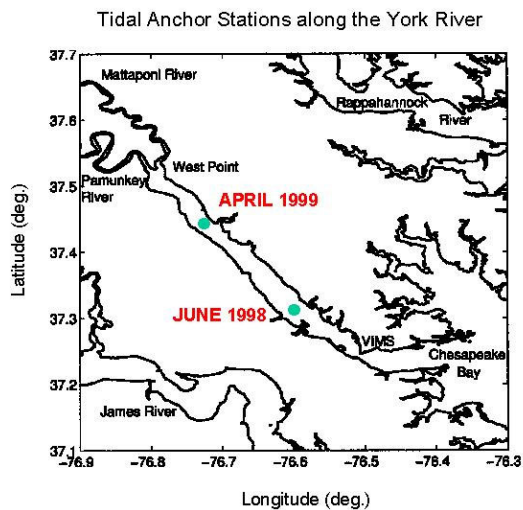


Figure 2: Map of the York Estuary. Green dots indicate the locations of tidal anchor stations.

1 Introduction

Estuaries are the connections between the marine and riverine environments where fresh river water and salty seawater meet. Vertical mixing processes, induced by e.g.

tides and waves, cause the formation of a salt wedge. This results in an along-channel baroclinic pressure gradient which sets up a density-driven (also called gravitational) circulation, see e.g. Hansen & Rattray (1965). Using field observations of these features, as well as analytical models for the water motion, a conceptual model for sediment transport in partially-mixed estuaries was developed by Nichols & Poor (1967). These models put emphasis on the convergence near the bed of the landward-directed gravitational circulation and seaward-directed river flow. Considering fine sediment to be a slowly settling tracer, sediment is mainly deposited at the nose of the salt intrusion. The resulting estuarine turbidity maximum (ETM) is mainly due to the residual gravitational circulation, and the area of long-term mud accumulation is a response to the location of the ETM (see figure 1).

Another mechanism resulting in particle trapping is the occurrence of tidal velocity asymmetry and its interaction with the time-varying concentration field (Jay & Musiak, 1994). The relative importance of these mechanisms has been studied numerically by Burchard & Baumert (1998). They concluded that in the setting they choose the mechanism associated with tidal asymmetry was more important than the one resulting from the residual circulation.

The York river (see figure 2) seems to fit the conditions underlying the conceptual model of Nichols & Poor (1967) in some regards: the system is micro-tidal and partially mixed; the regions of highest turbidity are found above muddy deposits, near the transition from brackish to salt water. However, a second ETM is often located more seaward in the estuary, near the along-channel transition from stratified to mixed conditions (Lin & Kuo, 2001). Furthermore, the ETM in the York seems to be more a response to rather than the cause for mud accumulation (Friedrichs *et al.*, 1999). During mean stratified conditions, there is one near-bed ETM. If the stratification gets stronger (e.g. due to storms or increased river discharge), the ETM weakens and is pushed upstream. For more mixed conditions, a second, more downstream located ETM is formed.

In section 2 an idealized model is developed and analysed to gain more understanding about ETM dynamics. The geometry consists of an open channel with rectangular cross-section and a flat bed, whereas the width converges exponentially. At the seaside the system is forced by a prescribed tidal elevation, whilst at the landside a river inflow is imposed. The water motion is modelled by the width-averaged shallow water equations. The width-averaged advection-diffusion equation is used to find the concentration profiles in the embayment. In this section the density distribution in the estuary is discussed and the choice for the eddy viscosity coefficients is discussed. The scaling used to make the equations dimensionless is discussed in section 3. Approximate, analytical solutions of the equations are constructed by making an expansion of the physical variables in a small parameter Z/H , the ratio of the amplitude of the vertical tide and the undisturbed water depth. These solutions are discussed in sections 4 and 5. Using these expressions, the leading order contributions to the convergence of net sediment fluxes can be separated in two distinct contributions, one related to the convergence of sediment associated with gravitational circulation and the other one associated with tidal velocity asymmetry. This is shown in section 6. In section 7 the results are discussed and the conclusions are given.

2 Model Formulation

2.1 Equations of motion and boundary conditions

The geometry of the estuary considered in this contribution is that of an open channel with a rectangular cross-section. The width convergence is exponential with a length scale L_b , see figure 3. The length scale L_b will be estimated from observations of the phase lag between vertical and horizontal velocities. The embayment width is

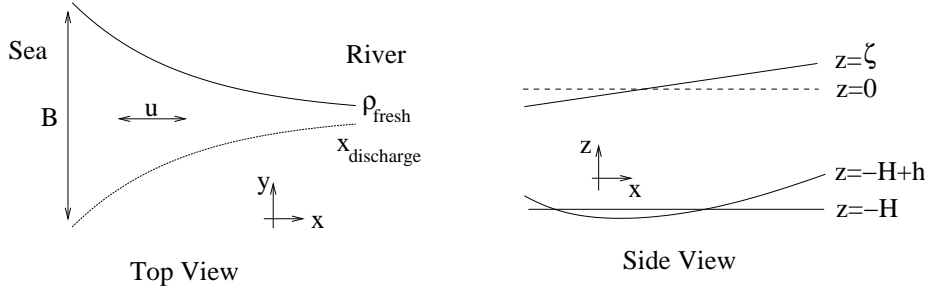


Figure 3: Geometry (left: top view, right: side-view) of the model estuary.

considered to be much larger than the reference water depth but to be much smaller than both its length and the Rossby deformation radius. This implies that the water motion can be described by the width-averaged shallow water equations:

$$(bu)_x + (bw)_z = 0 \quad (1a)$$

$$u_t + uu_x + wu_z + g\zeta_x + \frac{g}{\rho_{\text{fresh}}} \int_z^\zeta \rho_x dz - (Au_z)_z = 0 \quad (1b)$$

Here x and z are the alongchannel and vertical coordinate, t is time and u and v are the velocity components in x - and z -direction, respectively. The width b of the embayment is given by $b = b(x) = B \exp(-x/L_b)$. Furthermore, g is the acceleration due to gravity, ρ is the water density, ρ_{fresh} is the constant density of the river water and ζ is the elevation of the free surface with respect to the undisturbed water level $z = 0$. Since variations in the density are small with respect to the mean density, the Boussinesq approximation has been used: density variations are neglected, except in the buoyancy term in the momentum equations. Finally, A is a turbulent vertical viscosity coefficient, H is the water depth at the seaward boundary and h the elevation of the bottom with respect to $z = -H$. Horizontal diffusion of momentum has been neglected. The subscript defines differentiation with respect to that variable unless stated

otherwise. The boundary conditions read:

$$\zeta = Z \cos(\sigma t) \quad \text{at } x = 0 \quad (2a)$$

$$\langle u \rangle = \frac{Q}{bH} \quad \text{at } x = x_{\text{discharge}} \quad (2b)$$

$$w = \zeta_t + u \zeta_x \quad \text{at } z = \zeta \quad (2c)$$

$$A u_z = 0 \quad \text{at } z = \zeta \quad (2d)$$

$$w = u h_x \quad \text{at } z = -H + h \quad (2e)$$

$$A u_z = \tau_* / \rho \quad \text{at } z = -H + h \quad (2f)$$

Here Z is the amplitude of tidal elevations (with frequency σ) at the seaward boundary, Q is the river discharge, τ_* is the bottom stress and the brackets indicate an average over the tidal period. Windstress is neglected and at the bed a partial slip condition is applied. The formulations for the density and eddy viscosity will be discussed in the next subsection. With regard to the bottom stress, we will use Lorentz linearization to write $\tau_* = \rho s u$, where s is a friction coefficient and u the near-bed velocity. For details about the Lorentz linearization concept, see Zimmerman (1992) and references herein.

The sediment in the embayment consists of noncohesive material with only one grain size and is mainly transported as suspended load:

$$C_t + u C_x + (w - w_s) C_z = (K C_z)_z \quad (3)$$

Here C is the depth-integrated, width-averaged sediment concentration and K is a turbulent vertical eddy viscosity coefficient for the sediment. Note that horizontal diffusion of sediment has been neglected. The boundary conditions read

$$w_s C + K C_z = 0 \quad \text{at } z = \zeta \quad (4a)$$

$$K C_z = -w_s c_a \quad \text{at } z = -H + h \quad (4b)$$

where c_a is the reference concentration at the top of the active layer. Using Dyer (1986), p168, the reference concentration c_a and bottom stress τ^* are related as follows:

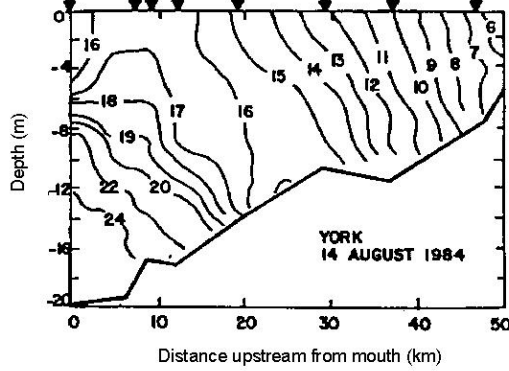
$$c_a = \rho_s (1 - p) \gamma_0 \frac{\tau_* - \tau_c}{\tau_c}$$

where ρ_s is the sediment density, p the bed porosity, τ_c the critical shear stress for erosion and γ_0 a coefficient. However, it turns out that this formulation underestimates the sediment concentration at the bed of the York river quite a lot. Therefore, a different formulation is adopted, i.e.,

$$c_a = \alpha(x) |u| \quad (5)$$

Here $\alpha(x)$ denotes the erosion coefficient which can be a function of position in the embayment. The order of magnitude of this coefficient is obtained from observations.

Decrease in depth along York causes decrease in stratification



(Kuo and Neilson, 1987)

Figure 4: Typical density profile in an estuary

2.2 Density profile

In estuaries with a significant river inflow the density is not constant in space and time, see for example figure 4. The density profile can either be calculated dynamically or be prescribed diagnostically. In this contribution, the density will be prescribed diagnostically unless stated otherwise. The prognostic model is discussed in appendix A. In order to model this behaviour in a diagnostic way the following density profile is used:

$$\rho = \rho_0(x) + \rho_1(z) + \rho_2(x, z, t) \quad (6)$$

Here the first contribution on the right-hand side describes the observed gradual decrease of density from the sea to the river. It is modelled as

$$\rho_0 = \rho_{\text{fresh}} + \Delta\rho_0 F(x), \quad \Delta\rho_0 = (\rho_{\text{sea}} - \rho_{\text{fresh}}) \quad (7)$$

Here ρ_{sea} is the density of seawater and $F(x)$ is a function such that at $x = 0$ (sea) the density equals that of seawater, at $x \rightarrow \infty$ it becomes fresh water. It will be shown that the function $F(x)$ has to satisfy certain conditions for an ETM to form.

In estuaries like the York Estuary it is observed that the system is always stably stratified. This is modelled in equation (6) by the function $\rho_1(z)$ which reads

$$\rho_1 = -\Delta\rho_1 \left(1 + \frac{z}{H}\right) \quad (8)$$

(used here: $\Delta\rho_1 \sim 2 \text{ kg m}^{-3}$). Note that, since this contribution is independent of x , it gives no contribution to the pressure term.

Furthermore, the density is not time independent. It is assumed that the stratification changes in leading order with the same periodicity as the leading order tidal constituent:

$$\rho_2 = \Delta\rho_2 F(x)_x \left(1 + \frac{z}{H}\right) \cos(kx - \sigma t - \phi_\rho) \quad (9)$$

(Used here: $\Delta\rho_2 \sim 0.1\text{--}0.5 \text{ kg m}^{-3}$). The phase lag ϕ_ρ models the fact that, when the stratification becomes too unstable (i.e. during flood), the stratification can be eliminated by mixing processes. Note that $\Delta\rho_2$ is at least one order of magnitude smaller than $(\rho_{\text{sea}} - \rho_{\text{fresh}})$ and hence will give only a contribution to the pressure term in higher order.

Hence the total density profile reads

$$\begin{aligned} \rho = & \rho_{\text{fresh}} + (\rho_{\text{sea}} - \rho_{\text{fresh}})F(x) - \Delta\rho_1 \left(1 + \frac{z}{H}\right) \\ & + \Delta\rho_2 F(x)_x \left(1 + \frac{z}{H}\right) \cos(kx - \sigma t - \phi_\rho) \end{aligned}$$

2.3 Eddy viscosity coefficients

Since the stratification is depth-dependent, the eddy viscosity coefficients A and K are influenced by it. Here we adopt formulations discussed by Van de Kreeke & Zimmerman (1990), i.e.

$$A = A_0 (1 - \gamma_A \text{Ri})^{-p} \quad (10a)$$

$$K = K_0 (1 - \gamma_K \text{Ri})^{-q} \quad (10b)$$

The Richardson number Ri is defined as

$$\text{Ri} = \frac{g}{u_z^2} \frac{1}{\rho_{\text{fresh}}} \rho_z \sim \frac{gH^2}{U^2} \frac{1}{\rho_{\text{fresh}}} \rho_z$$

Furthermore, $A_0 = k|U|H \sim 0.01$ and $K_0 = \beta A_0$ for very fine sand or mud, with k von Karman's constant and U a characteristic value for the tidal velocity amplitude in the estuary. Furthermore, γ_A, γ_K, p, q and β are coefficients, to be determined from field observations.

There are two contributions to the Richardson number. One is due to the time-independent stabilizing stratification, which gives

$$\text{Ri}_1 \sim -0.6 * \Delta\rho_1,$$

where it has been used that $U \sim 0.4 \text{ m s}^{-1}$, $H \sim 10 \text{ m}$. The second contribution to the Richardson number, Ri_2 is a result from the time-varying part of the density profile. Note that both contributions are independent of z , hence also the coefficients A and K do not depend on the vertical coordinate.

Now assume that $\Delta\rho_2 \ll \Delta\rho_1$ which is supported by field observations. It then follows that, by using a Taylor expansion in the small parameter Ri_2/Ri_1 , that

$$A = \frac{A_0}{(1 - \gamma_A Ri_1)^p} \left(1 + \frac{p\gamma_A Ri_2}{(1 - \gamma_A Ri_1)} \right) \quad (11a)$$

$$K = \frac{K_0}{(1 - \gamma_K Ri_1)^q} \left(1 + \frac{q\gamma_K Ri_2}{(1 - \gamma_K Ri_1)} \right) \quad (11b)$$

Here we will use $A_0 \sim 0.0055$ and $K_0 \sim 0.0025$.

From the literature (Van de Kreeke & Zimmerman, 1990) it follows that $\gamma_A = 7$, $\gamma_K = 1$, $p = 1/4$ and $q = 7/4$. Notice that the only essential point about these numbers is that they should represent decreasing mixing when the water column gets more stable and that this should be more effective for sediment (K_0) than for the water motion). It was demonstrated by Friedrichs & Aubrey (1996) that these expressions and numerical values yield a good reproduction of the observations in the York river.

3 Scaling the equations and asymptotic analysis

In order to perform a systematic analysis of the model equations (1a)–(3) as discussed in section 2, they are made dimensionless by using characteristic scales of motion. This is done by application of the following transformations:

$$\begin{aligned} x &= L\tilde{x}, & z &= H\tilde{z}, & t &= \tilde{t}\sigma^{-1}, \\ u &= U\tilde{u}, & w &= \frac{H}{L}U\tilde{w}, & w_s &= \sigma H\tilde{w}_s, \\ A &= \sigma H^2\tilde{A}, & K &= \sigma H^2\tilde{K}, & s &= \sigma H\tilde{s} \\ \alpha &= \alpha_{\text{ref}}\tilde{\alpha}, & C &= \alpha_{\text{ref}}\tilde{C}, & \zeta &= Z\tilde{\zeta}, & h &= \hat{h}\tilde{h}. \end{aligned} \quad (12)$$

Here $L = (gH)^{1/2}/\sigma$ is the tidal wave-length in a frictionless medium and \hat{h} is a characteristic scale for the bottom variations. The velocity scale U can be related to the other quantities by assuming that in the kinematic boundary condition at the free surface all terms are of equal order of magnitude; it reads $U = \sigma ZL/H$. The scaling for C follows from the bottom boundary condition for the concentration, the settling velocity is scaled such that there is an approximate balance between settling due to gravity and the diffusion of sediment.

The dimensionless equations read

$$\tilde{u}_{\tilde{x}} + \tilde{w}_{\tilde{z}} - \frac{L}{L_b}\tilde{u} = 0, \quad (13a)$$

$$\tilde{u}_{\tilde{t}} + \frac{U}{\sigma L}(\tilde{u}\tilde{u}_{\tilde{x}} + \tilde{w}\tilde{u}_{\tilde{z}}) + \tilde{\zeta}_{\tilde{x}} + \frac{gH}{\sigma U} \frac{1}{\rho_{\text{fresh}}} \int_{\tilde{z}}^{\tilde{\zeta}} \rho_{\tilde{x}} d\tilde{z} - (\tilde{A}\tilde{u}_{\tilde{z}})_{\tilde{z}} = 0, \quad (13b)$$

$$\tilde{C}_{\tilde{t}} + \frac{U}{\sigma L} [\tilde{u}\tilde{C}_{\tilde{x}} + \tilde{w}\tilde{C}_{\tilde{z}}] - \tilde{w}_s\tilde{C}_{\tilde{z}} = (\tilde{K}\tilde{C}_{\tilde{z}})_{\tilde{z}} \quad (13c)$$

with the boundary conditions

$$\tilde{\zeta} = \cos(t) \quad \text{at } x = 0 \quad (14a)$$

$$\langle \tilde{u} \rangle = \frac{Q}{bUH} \quad \text{at } x = x_{\text{discharge}}/L \quad (14b)$$

$$\tilde{w} = \tilde{\zeta}_{\tilde{t}} + \frac{Z}{H} \tilde{u} \tilde{\zeta}_{\tilde{x}} \quad \text{at } z = \frac{Z}{H} \tilde{\zeta} \quad (14c)$$

$$\tilde{u}_{\tilde{z}} = 0 \quad \text{at } z = \frac{Z}{H} \tilde{\zeta} \quad (14d)$$

$$\tilde{w}_s \tilde{C} + (\tilde{K} \tilde{C})_{\tilde{z}} = 0 \quad \text{at } z = \frac{Z}{H} \tilde{\zeta} \quad (14e)$$

$$\tilde{w} = \frac{\hat{h}}{H} u \tilde{h}_{\tilde{x}} \quad \text{at } z = -1 + \frac{\hat{h}}{H} h \quad (14f)$$

$$\tilde{A} \tilde{u}_{\tilde{z}} = \tilde{s} \tilde{u} \quad \text{at } z = -1 + \frac{\hat{h}}{H} h \quad (14g)$$

$$\tilde{K} \tilde{C}_{\tilde{z}} = -\tilde{\alpha} \tilde{w}_s |\tilde{u}| \quad \text{at } z = -1 + \frac{\hat{h}}{H} h \quad (14h)$$

Now define $\epsilon = U/(\sigma L)$ which is, apart from a factor of 2π , the ratio of the tidal excursion (the distance traveled by a fluid particle in a tidal period) and the embayment length. Note that an alternative expression for this parameter is $\epsilon = Z/H$. Using the information of the previous subsections we can then reformulate the expressions for the viscosity coefficients as

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 + \epsilon \tilde{A}_1 F(x)_x \cos(\tilde{k}\tilde{x} - \tilde{t} + \phi_\rho) \quad (15a)$$

$$\tilde{K} = \tilde{K}_0 + \epsilon \tilde{K}_1 F(x)_x \cos(\tilde{k}\tilde{x} - \tilde{t} + \phi_\rho) \quad (15b)$$

Furthermore, we will assume that \hat{h}/H is of order ϵ .

Our main interest is in finding the ETM locations in the estuary where a maximum in the concentration occurs. Besides we are interested in the locations where the convergence in the flux of suspended sediment is maximum. In order to find these locations solutions of the model, presented above, will be constructed. The analysis is based on the fact that the parameter ϵ is usually a small number. For example in the York estuary $\epsilon \sim 0.05$. Hence approximate solutions can be constructed by expanding the physical variables in power series of ϵ :

$$\tilde{u} = \tilde{u}^0 + \epsilon \tilde{u}^1 + \epsilon^2 \tilde{u}^2 + \dots \quad (16a)$$

$$\tilde{w} = \tilde{w}^0 + \epsilon \tilde{w}^1 + \epsilon^2 \tilde{w}^2 + \dots \quad (16b)$$

$$\tilde{\zeta} = \tilde{\zeta}^0 + \epsilon \tilde{\zeta}^1 + \epsilon^2 \tilde{\zeta}^2 + \dots \quad (16c)$$

$$\tilde{C} = \tilde{C}^0 + \epsilon \tilde{C}^1 + \epsilon^2 \tilde{C}^2 + \dots \quad (16d)$$

Upon substitution of these expansions in the dimensionless equations of motion and collecting terms with equal powers of ϵ the dynamics of the system at various orders in ϵ can be analysed. The results will be discussed in the two following sections.

4 Leading Order System Of Equations

In this section the dynamics of the dimensionless system at at leading order in parameter ϵ is analysed. This means that all terms which are independent of ϵ are retained. After transforming the resulting equations back to a *dimensional* notation the result is

$$u_x^0 + w_z^0 - \frac{1}{L_b} u^0 = 0, \quad (17a)$$

$$u_t^0 + g\zeta_x^0 - (A_0 u_z^0)_z = 0, \quad (17b)$$

$$C_t^0 - w_s C_z^0 = (K_0 C_z^0)_z \quad (17c)$$

with boundary conditions

$$\zeta^0 = Z \cos(\sigma t) \quad \text{at } x = 0 \quad (18a)$$

$$u_s < u^0 > = 0 \quad \text{at } x = x_{\text{discharge}} \quad (18b)$$

$$w^0 = \zeta_t^0 \quad \text{at } z = 0 \quad (18c)$$

$$u_z^0 = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (18d)$$

$$w_s C^0 + K_0 C_z^0 = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (18e)$$

$$w^0 = 0 \quad \text{at } z = -H \quad (18f)$$

$$A_0 u_z^0 = s u^0 \quad \text{at } z = -H \quad (18g)$$

$$K_0 C_z^0 = -w_s \alpha |u^0| \quad \text{at } z = -H \quad (18h)$$

These equations have solutions of the type

$$(u^0, \zeta^0, w^0) = \Re \{ (u^{01}(z), \zeta^{01}, w^{01}(z)) \exp[i(kx - \sigma t)] \}$$

and

$$C^0 = C^{00}(z) + \Re \{ C^{02}(z) \exp[2i(kx - \sigma t)] + C^{04}(z) \exp[4i(kx - \sigma t)] + \dots \}$$

They describe the propagation of a tidal wave in a medium with effectively a homogeneous density and a constant depth. The procedure to find the vertical structure of velocity and concentration fields is as follows:

- First solve the horizontal momentum equation, using the boundary conditions for u^0 at $z = 0$ and $z = -H$. Note that the condition $< u^0 > = 0$ is automatically satisfied.
- Solve the continuity equation. One boundary condition can be satisfied using the integration constant, the free surface boundary condition gives an expression for the free surface elevation ζ^{01} , in this case it gives an expression for k ; in order words, the dispersion relation of the tidal wave. Two solutions for k are obtained, one should only retain the solutions that stays finite for $x \rightarrow \infty$ if $L_b \rightarrow \infty$. If L_b is finite the sea surface may increase for $x \rightarrow \infty$.
- Next solve the concentration equation.

The solutions read

$$\zeta^{01} = Z \quad (19a)$$

$$u^{01} = kLU [1 - \alpha \cosh(\beta z)] \quad (19b)$$

$$w^{01} = \frac{UH}{L} \left[\left(\frac{L}{L_b} - ikL \right) kL \left(\frac{z}{H} - \alpha \frac{\sinh(\beta z)}{\beta H} \right) - i \right] \quad (19c)$$

$$C^{00} = \alpha |u_0| \exp(-(w_s/K_{v0})(z + H)) \quad (19d)$$

$$C^{02} = \alpha |u_2| (\exp(\lambda_p(z + H)) + \exp(\lambda_m(z + H))) \quad (19e)$$

where

$$k = -\frac{i}{2L} \left\{ \frac{L}{L_b} - \left[\left(\frac{L}{L_b} \right)^2 - \frac{4}{1 - \alpha \sinh(\beta H)/(\beta H)} \right]^{1/2} \right\} \quad (20a)$$

$$\beta = (-i\sigma/A_0)^{1/2} \quad (20b)$$

$$\alpha = \frac{s}{\sigma H} \left(\frac{s \cosh(\beta H)}{\sigma H} - i \frac{\sinh(\beta H)}{\beta H} \right)^{-1} \quad (20c)$$

The concentrations C^{00} and C^{02} are still functions of x since the erosion coefficient α may depend on the position in the estuary.

Note that the amplitude of the vertical tide is a constant: its decrease due to bottom friction is compensated by its increase due to the exponential width convergence, see also Friedrichs & Aubrey (1994). Using data from the York river, it is found that $w_s \sim 0.001 \text{ m s}^{-1}$, $s \sim 0.001 \text{ m s}^{-1}$, $L_b \sim 1.2L$ and $\alpha \sim 0.6 \text{ kg s m}^{-2}$. An alternative formulation for u^0 is

$$u^0 = |u^0(z)| e^{i\phi_u(z)}$$

where the phase is defined with a minus sign, compared to Friedrichs & Aubrey (1994). Both the observed and calculated amplitudes of u^0 and C^{00} are shown in figure 4. The phase of u^0 at the sea surface is approximately -33 deg, which has been used to get an approximate value for L_b .

5 First Order System Of Equations

In this section the dimensionless equations of motion, as formulated in section 3, at order ϵ is analysed. Below the resulting nondimensional equations have been transformed back to their *dimensional* equivalents. First, the hydrodynamic equations are considered, which read

$$u_x^1 + w_z^1 - \frac{1}{L_b} u^1 = 0 \quad (21a)$$

$$u_t^1 + u^0 u_x^0 + w^0 u_z^0 + g \zeta_x^1 + \frac{g}{\rho_{\text{fresh}}} \int_z^0 \rho_x dz - (A_0 u_z^1)_z - (A_1 e^{-2\Im(k)x} \cos(\rho_\phi) F(x)_x u_z^0)_z = 0 \quad (21b)$$

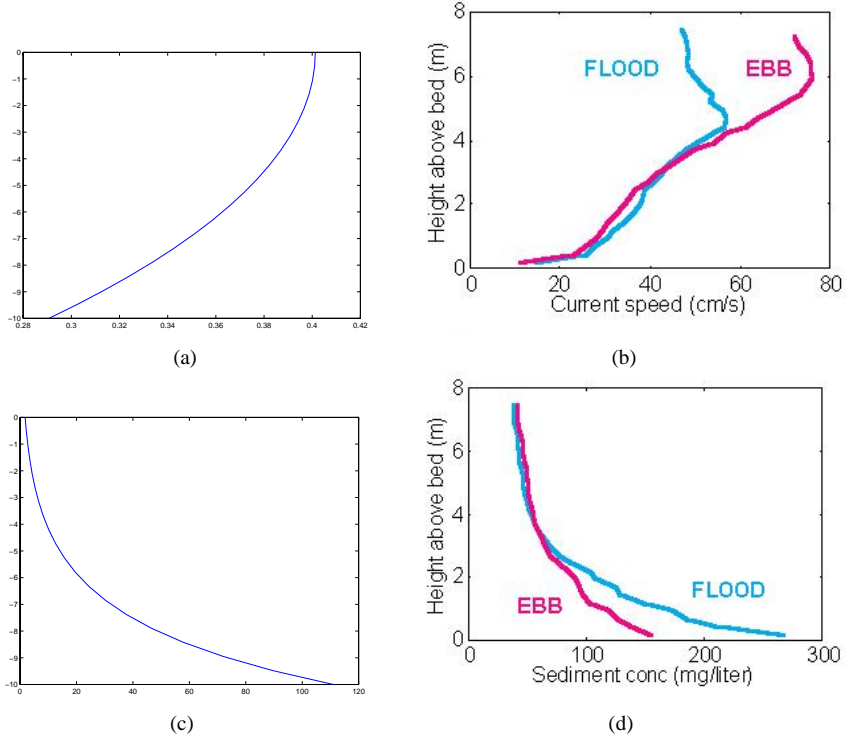


Figure 5: Top: vertical structure of horizontal tidal flow (left) and observed velocity profiles in the York river. Bottom: as above, but for the mean concentration.

with the boundary conditions, using a Taylor expansion around the levels $z = 0$ and $z = -H$

$$\zeta^0 = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (22a)$$

$$\langle \bar{u}^1 \rangle = \frac{Q}{bH} \quad \text{at } x = x_{\text{discharge}} \quad (22b)$$

$$w^1 = \zeta_t^1 - \zeta^0 w_z^0 + u^0 \zeta_x^0 \quad \text{at } z = 0 \quad (22c)$$

$$u_z^1 = -\zeta^0 u_{zz}^0 \quad \text{at } z = 0 \quad (22d)$$

$$w^1 = -h w_z^0 \quad \text{at } z = -H \quad (22e)$$

$$A_0 u_z^1 - s u^1 = A_1 F(x) \exp(-2\Im(k)x) \cos(\rho_\phi) u_z^0 - A_1 F(x) \exp(-2\Im(k)x) \cos(\rho_\phi) h u_{zz}^0 + s h u_z^0 \quad \text{at } z = -H \quad (22f)$$

This system allows for solutions u^1, w^1 having both residual contributions (u^{10} and w^{10} , respectively) and contributions which oscillate with twice the frequency of the basic tidal wave (denoted as u^{12} and w^{12} , respectively).

In the analysis below a horizontal flat bed has been assumed, i.e., $h = 0$. First, the residual circulation will be solved, which is forced both by density differences and by

the divergence of the tidal stress. The equation for u^{10} reads, using the expressions for the density profile

$$u^{10} = A_0^{-1} \left[\frac{1}{2} g z^2 \zeta_x^{10} + \int dz \int dz (w^{01})^* u_z^{01} - g \frac{\rho_{\text{sea}} - \rho_{\text{fresh}}}{\rho_{\text{fresh}}} F(x)_x z^3 - A_1 F(x)_x e^{-2\Im(k)x} \cos(\rho_\phi) u^{01} \right] + D_{10} z + E_{10} \quad (23a)$$

where \star means taking the complex conjugate. Hence the residual circulation consists of the following terms:

- Pressure term: $\frac{1}{2} g z^2 \zeta_x^{10}$
- Pressure term due to barotropic density profile: $g \frac{\rho_{\text{sea}} - \rho_{\text{fresh}}}{\rho_{\text{fresh}}} F(x)_x z^3$
- Pressure term due to baroclinic density profile: $A_1 F(x)_x e^{-2\Im(k)x} \cos(\rho_\phi) u^{01}$
- Divergence of tidal stress: $\int dz \int dz (w^{01})^* u_z^{01}$
- Stokes drift: $D_{10}(x)z$
- 'Bottom Friction Term': $E_{10}(x)$

First, the divergence of the tidal stresses are calculated such that at the free surface both its value and the derivative are zero. Next, the Stokes drift is calculated and gives

$$D_{10} = Z K L U \alpha \beta^2$$

Note that this contribution is independent of x . The constant E_{10} can be calculated by using the boundary condition at $z = -H$. Now the solution is known except for the pressure gradient. To this end, we solve the continuity equation

$$w^{10} = - \int dz u_x^{01} + \frac{1}{L_b} \int dz u^{01} + A_w(x)$$

The constant $A_w(x)$ can be solved using the free surface boundary condition. Note that this constant is independent of x . The bottom boundary condition can be satisfied by solving an ordinary differential equation for ζ^{10} . This equation reads

$$\zeta_{xx}^{10} - \frac{1}{L_b} \zeta_x^{10} = G(x)$$

with $G(x)$ a function consisting of all contributions evaluated at $z = -H$. Note that there is a homogeneous solution to this differential equation as well. This solution reads

$$\zeta^{10}(x) = A + B \exp(x/L_b)$$

The integration constants have to be used to satisfy the condition that $\zeta^{10} = 0$ at $x = 0$ and river discharge condition at a certain point in the estuary.

An example of the solution is given in figure 5. In figures 6(a) and 6(a) the density profile $F(x)$ is given. One is a linearly decreasing density profile and reads $1 - 0.5x/L$,

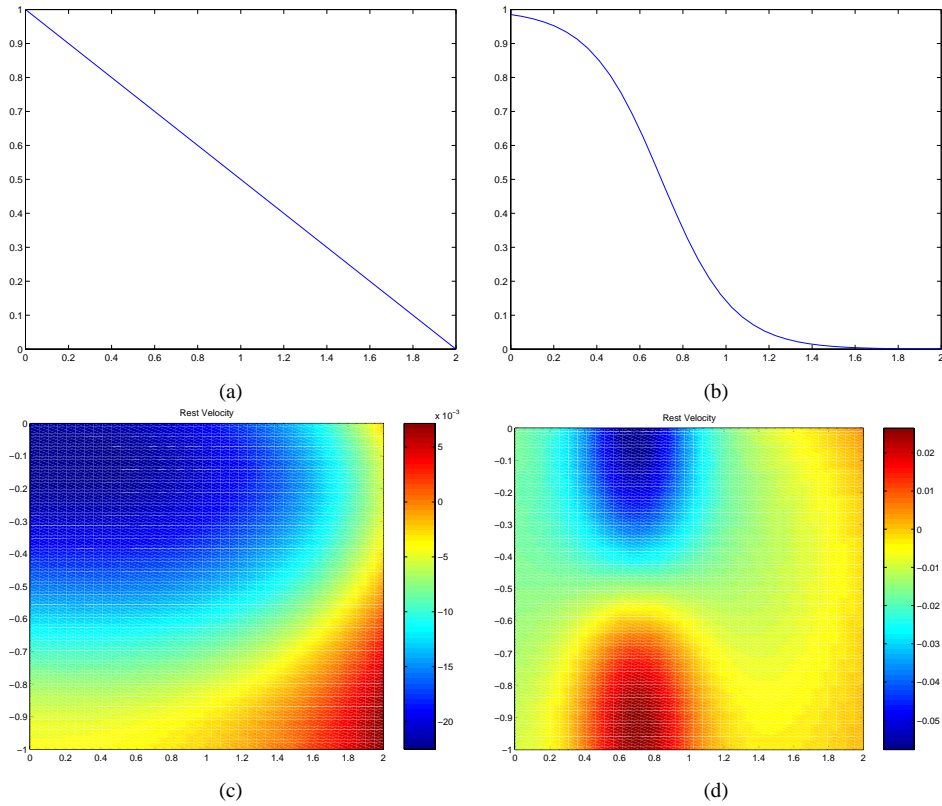


Figure 6: In the top-left figure the linear density profile is plotted. The corresponding vertical structure of the horizontal residual velocity component is shown in the bottom-left figure. In the top-right figure the density profile having a tanh-profile is plotted. The bottom-right figure shows the corresponding structure of the residual velocity. Clearly a net inflow of saline water near the bottom and an outflow of fresh water near the water surface can be observed.

the other one $\sim 1.0 - \tanh(3.0(x - 0.7L)/L)$. In this example the river inflow is chosen such that $\langle u^0(2L) \rangle = 0$. The residual velocities are shown in figures 6(c) and 6(d).

Now, the M_4 overtides must be calculated since they give a net sediment transport when combined with the $\mathcal{O}(\epsilon^0)$ concentration profiles. They are calculated using the same scheme as sketched above for u^0 . The forcing terms read:

- Pressure term: $\frac{1}{2}gz^2\zeta_x^{12}$
- Pressure term due to baroclinic density profile: $A_{v1}F(x, \phi_\rho)_x u^{01}$
- Divergence of tidal stress: $\int dz \int dz w^{01} u_z^{01}$

where all these terms have a $\exp(2i(kx - \sigma t))$ dependency in them. Using all the boundary conditions, this solution can be calculated explicitly as well.

The last first order contribution needed is the C^{11} concentration, i.e., the solution of the concentration at order ϵ which oscillates with the frequency of the basic tide. This is because the advection of this concentration by the basic velocity field yields a contribution to the mean flux of suspended sediment. The equation for C^{11} that has to be solved reads:

$$C_t^{11} - w_s C_z^{11} - K_0 C_{zz}^{11} = - [u^{01} C_x^{00} + u^{01} (C^{02})_x^* + w^{01} C_z^{00} + w^{01} (C^{02})_z^*] + K_1 F(x)_x [\exp(i\rho_\phi) C_{zz}^{00} + \exp(-2\Im(k)x) \cos(\rho_\phi) C_{zz}^{02}] \quad (24)$$

with boundary condition at $z = 0$

$$w_s C^{11} + K_0 C_z^{11} = -K_1 F(x) (\cos(\rho_\phi) C_z^{00} + \exp(-2\Im(k)x) \cos(\rho_\phi) C_z^{02}) - \zeta^{01} (w_s C^{00} + K_{v0} C_z^{00}) - (\zeta^{01})^* \exp(-2\Im(k)x) (w_s C^{02} + K_0 C_z^{02}) \quad (25)$$

and at $z = H$

$$K_0 C_z^{11} = -K_1 F(x)_x (\exp(i\rho_\phi) C_z^{00} + \exp(-2\Im(k)x) \cos(\rho_\phi) C_z^{02}) - w_s \alpha |u|_{\mathcal{O}(\epsilon)} \quad (26)$$

where

$$|u|_{\mathcal{O}(\epsilon)} = \text{sign}(u^0) u^1$$

which can be expanded in traveling wave solutions.

Note that the dependency of C^{11} on x is still a function of the erosion coefficient $\alpha(x)$. Since C^{00} and C^{02} both depend on α as well, the dependency of C^{11} can be split in a part depending on α ($C^{11} \sim \alpha C_\alpha^{11}$) and a part depending on α_x ($C^{11} \sim \alpha_x C_{\alpha_x}^{11}$). The differential equation for C_α^{11} is given by 24 and the boundary conditions 25 and 26 with $\alpha = 1$. The differential equation for $C_{\alpha_x}^{11}$ reads

$$C_{\alpha_x, t}^{11} - w_s C_{\alpha_x, z}^{11} - K_0 C_{\alpha_x, zz}^{11} = -u^{01} C^{00} - u^{01} (C^{02})^* \quad (27)$$

with boundary conditions

$$\begin{aligned} w_s C_{\alpha_x}^{11} + K_0 C_{\alpha_x, z}^{11} &= 0 & \text{at } z &= 0 \\ K_0 C_{\alpha_x, z}^{11} &= 0 & \text{at } z &= -H \end{aligned} \quad (28)$$

Hence the complete solution reads

$$C^{11} = \alpha(x) C_\alpha^{11} + \alpha(x)_x C_{\alpha_x}^{11}$$

6 Net Sediment Transport

Only at order ϵ^2 do we get a net sediment flux. The time-averaged concentration equation reads

$$(u^{10} C_x^{00} + u^{12} C_x^{02}) + (w^{10} C_z^{00} + w^{12} C_z^{02}) - w_s C_z^{20} = (K_0 C_z^{20})_z + (K_1 C_z^{01})_z$$

with corresponding boundary conditions (not specified here). The bed evolves due to a net sedimentation or erosion, the bed evolution equation reads:

$$h_t = - \langle S_x \rangle = - \langle w_s(c_a - c_b) \rangle = \langle w_s c_b + K_0(c_b)_z \rangle = \langle \int dz uc_x \rangle \quad (29)$$

Note however that in the orders we calculated the velocities and concentrations, the bed does not enter. Hence, the bed level is not allowed to change. To still be able to reach a morphodynamic equilibrium for a fixed, prescribed bed, the erodibility coefficient $\alpha(x)$ of the bed must be a function of position. If a lot of erosion takes place, $\alpha(x) \rightarrow 0$ and hence the equilibrium concentration goes zero. Thus by allowing for a space-varying $\alpha(x)$ (as is observed: near mud-pools $\alpha(x)$ is very high and at sandy beds it is much lower) an equilibrium concentration field can be found that can have the characteristics of the observed ETMs: at some places high concentrations (up to 1 gram per liter) are found while at other places almost no suspended sediment is measured.

6.1 Morphodynamic equilibria

The right-hand side of (29) can be rewritten as

$$S_x = \langle \int dz uc_x \rangle = \left\langle \int dz \frac{1}{b(x)} (b(x)uc)_x \right\rangle$$

In equilibrium, this convergence is zero. Furthermore, if one assumes that no net sediment flux is present from either the sea or the river, the equilibrium flux S equals zero:

$$\langle b(x)uc \rangle = 0$$

Using the expressions for c and u up to order ϵ , this expression can be rewritten as

$$G_1(x)\alpha_x + G_2(x)\alpha = 0 \quad (30)$$

with G_1 and G_2 known functions of x . This equation can be solved numerically, resulting in an erosion coefficient α that depends on the position in the embayment. Of course, the erodibility cannot be negative. Hence if a negative erosion coefficient is encountered, it is assumed that no sediment is available and hence $\alpha = 0$ at that position. (Note that $\alpha = 0$ is always a solution of (30)). As a boundary condition it is required that $\alpha \rightarrow 0$ as $x \rightarrow 0$. The maximum concentration of suspended load is taken from observations (approximately 140mg l^{-1}) and been kept constant in all experiments.

In figure 7 the morphodynamic equilibrium situation is shown for an embayment of 4 m depth, no river inflow and a free surface elevation at the entrance of 40 cm. The system is stratified (in this case $\Delta\rho_1 \sim 10$ ppt and $\Delta\rho_2 = 0$ ppt). Figure 7(a) clearly shows that one ETM will be formed approximately 80 km upstream from the entrance. In figure 7(b) the corresponding erosion coefficient is plotted. In the next experiment, the estuary as discussed above is assumed to be well-mixed in the vertical ($\Delta\rho_1 = \Delta\rho_2 = 0$ ppt). Now it is quite evident (see figure 8(a)) that one ETMs will be formed, one approximately 80 km upstream from the entrance and the other one approximately 20 km downstream of the first one. In this case, the ETM around 80 km

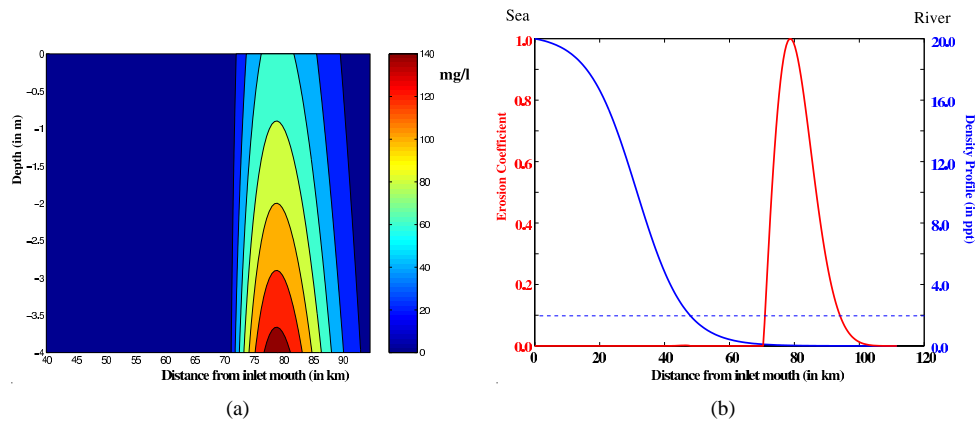


Figure 7: Equilibrium situation in a vertically stratified estuary of 4 m depth without river inflow. Figure (a) shows a contour plot of the concentration. Along the x-axis the position in the estuary is denoted, the depth is plotted along the y-axis. Different colours indicate different concentrations of the suspended sediment. In figure (b) the erosion coefficient and the depth-independent part of the density profile are plotted as a function of position in the estuary.

is stronger than both the ETM in the stratified case and the second ETM in the situation that the estuary is well-mixed. In figure 8(b) the corresponding erosion coefficient is plotted.

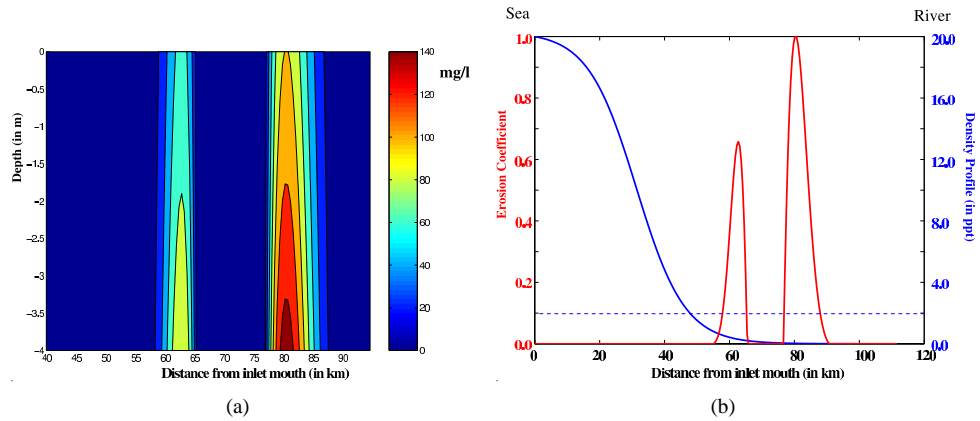


Figure 8: Equilibrium situation in a well-mixed estuary of 4 m depth without river inflow. Figure (a) shows a contour plot of the concentration. Along the x-axis the position in the estuary is denoted, the depth is plotted along the y-axis. Different colours indicate different concentrations of the suspended sediment. In figure (b) the erosion coefficient and the depth-independent part of the density profile are plotted as a function of position in the estuary.

Next, the formation of ETMs in deeper estuaries (10 m) is studied. Firstly, a well-mixed estuary with no river inflow is studied. In figure 9 the equilibrium concentration is shown. This ETM is found approximately 50 km upstream from the entrance. If river

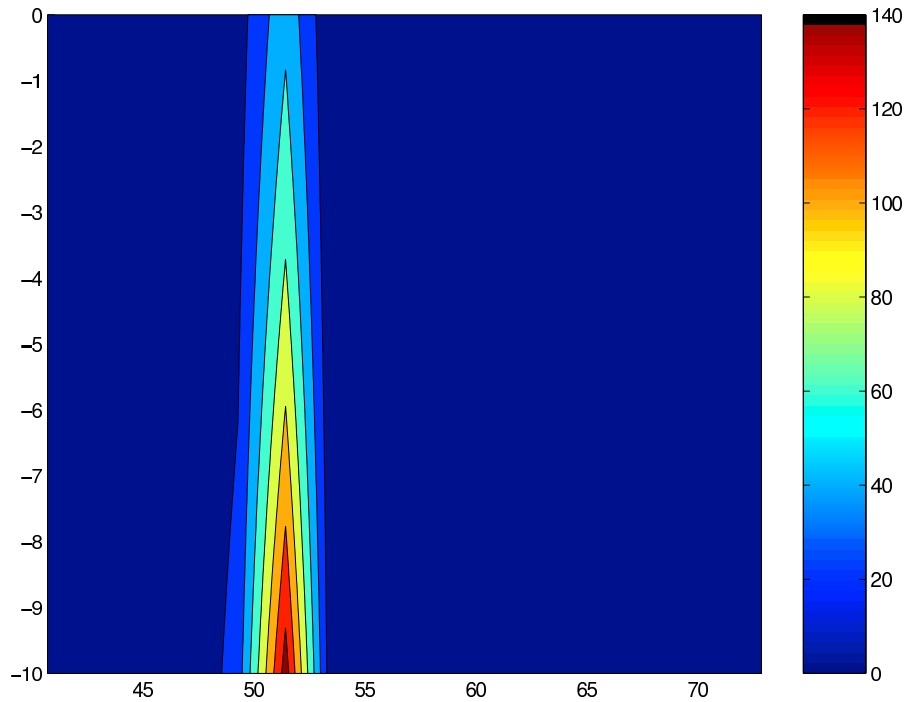


Figure 9: Equilibrium situation in a well-mixed estuary of 10 m depth without river inflow. Along the x -axis the position in the estuary is denoted, the depth is plotted along the y -axis. Different colours indicate different concentrations of the suspended sediment.

inflow is considered (without taking the effect of river inflow on the stratification into account), the morphodynamic equilibrium as shown in 10(a) is obtained. The ETM is shifted slightly towards the entrance of the embayment. Furthermore, the strength of the ETM is almost not influenced by the river inflow. However, if the influence of the river inflow on the vertical stratification is considered, it is clear (see figure 10(b)) that the ETM weakens and is shifted more upstream.

7 Conclusions

In this report a model has been developed to gain more insight in the dynamics of ETMs. The model is width-averaged and consists of the shallow water equations to describe the water motion and an advection-diffusion equation to model the transport of fine sediment. Due to net convergences of sediment fluxes, particles can be trapped

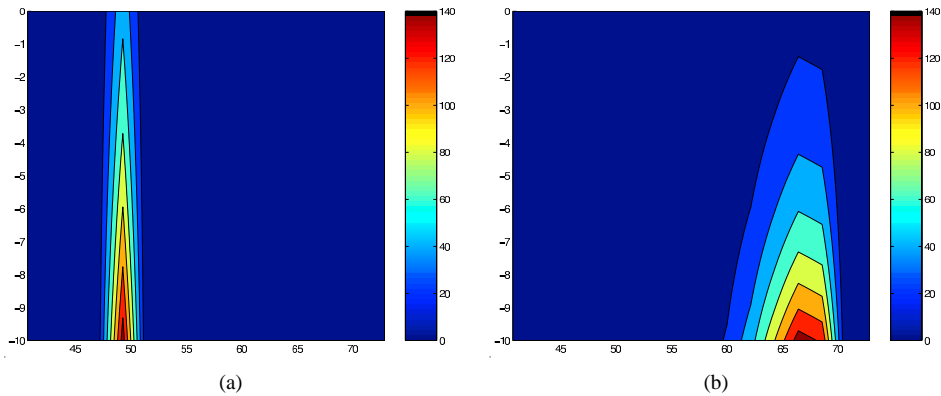


Figure 10: In figure (a) the equilibrium situation in a well-mixed estuary of 10 m depth with a river discharge of $Q \sim 150m^3s^{-1}$. Along the x-axis the position in the estuary is denoted, the depth is plotted along the y-axis. Different colours indicate different concentrations of the suspended sediment. In figure (b) both stratification and river inflow are taken into account.

at specific locations and hence result in an ETM. It turns out that two mechanisms can result in this particle trapping. The first mechanism is due to an along-channel baroclinic pressure gradient which sets up a density-driven circulation. Another mechanism resulting in particle trapping is the occurrence of tidal velocity asymmetry and its interaction with the time-varying concentration field. From the numerical experiments discussed in a previous report, both mechanisms are usually of the same order of magnitude and hence should be considered simultaneously. In this report, it is shown that during generally stratified conditions, one near-bed ETM is found. If the estuary is well-mixed, situations occur where two distinct ETMs occur. Hence it can be concluded that due to the phase lag between stratification and velocity another mechanism resulting in net convergence of suspended sediment is at work. The physical interpretation of this mechanism is presently under investigation. This is consistent with field measurements where during more mixed conditions two instead of one ETMs are observed. Furthermore, it is shown that during stratified conditions the maximum concentration of suspended sediment decreases compared to a well-mixed situation. The effect of river inflow on the ETM is a shift of the ETM towards the entrance of the estuary. However, if the influence of river inflow on the stratification is considered, it is clear that the ETM is pushed upstream and becomes much weaker. In case that the density is not prescribed diagnostically, but calculated prognostically, only situations with one ETM were found (not shown). Therefore, a better turbulence model has to be used to be able to obtain well-mixed conditions and hence situations with two ETMs.

Appendix A: Prognostic density profile

In calculating the density profile prognostically, it is assumed that the equation of state can be linearized and the influence of temperature differences on the density variation is negligible:

$$\rho(x, z) = \rho_{\text{fresh}}(1 + \beta S)$$

with β a constant of the order $7.4 \times 10^{-4} \text{ g cm}^{-3}/\text{‰}$ and S the salinity. The salinity field can be found by solving the conservation of salt (see for example Van de Kreeke & Zimmerman (1990)):

$$S_t + uS_x + wS_z = (K S_z)_z \quad (31)$$

Again, horizontal diffusion has been neglected. Both at the free surface and the bottom a no-flux boundary condition is prescribed. At the seaside of the estuary the density ρ equals ρ_{sea} and at the landward side $\rho = \rho_{\text{fresh}}$.

Next, these equations are made dimensionless by using 12 and $S = S_{\text{sea}}\tilde{S}$. The scaled equations read

$$\rho(x, z) = \rho_{\text{fresh}}(1 + \beta S_{\text{sea}}\tilde{S}) \quad (32a)$$

$$\tilde{S}_t + \frac{U}{\sigma L} [\tilde{u}\tilde{S}_x + \tilde{w}\tilde{S}_z] = (\tilde{K}\tilde{S}_z)_{\tilde{z}} \quad (32b)$$

with the appropriate boundary conditions.

In zeroth order in the small parameter ϵ , the conservation of salt reduces to

$$\tilde{S}_t^0 = (\tilde{K}\tilde{S}_z^0)_{\tilde{z}}$$

Using the no-flux boundary conditions, this results in a salt field which is independent of both time and the vertical coordinate. Hence, \tilde{S}^0 is chosen such that in leading order $\rho = \rho_{\text{fresh}} + (\rho_{\text{sea}} - \rho_{\text{fresh}})F(x)$ (cf. 7). The first order equation reads

$$i\tilde{S}^1 + \tilde{u}^0\tilde{S}_x^0 - K v\tilde{S}^1$$

where it has been used that \tilde{S}^1 *simet*. The no-flux boundary conditions are applied. Solving this equation and using the equation of state results in a time- and depth-dependent density component, which can be written as 9.

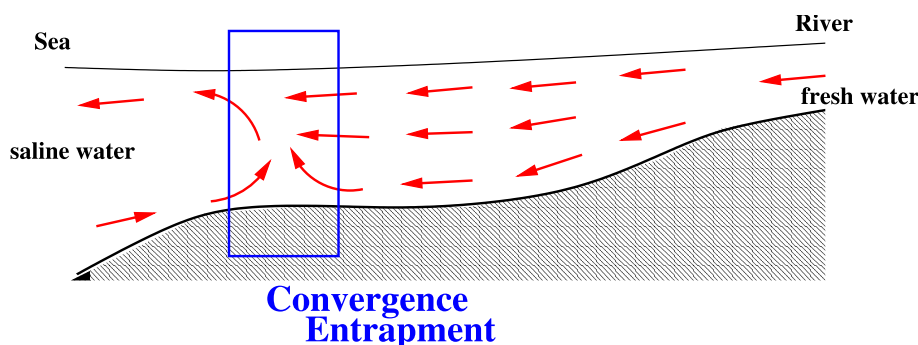
Since in the model only the bulk Richardson number is used, the results from the prognostic model have to be reduced to a density profile as given in 10 with $\Delta rho_1 = 0$.

Appendix B: Verslag 15 oktober 2002

Zout zeewater en zoet rivierwater ontmoeten elkaar veelal in estuaria. Ten gevolge van het dichtheidsverschil tussen het zoute en zoete water en verticale mengprocessen vormt zich een gebied waarin de waterkolom duidelijk gestratificeerd is, de zogenaamde zouttong. Dit resulteert in een drukgradient in de longitudinale richting, waardoor

een dichtheidsgedreven circulatie wordt geforceerd. Ten gevolge van onder andere dichtheidsgedreven circulatie worden er vaak specifieke lokaties in een estuarium waargenomen waar fijn, gesuspenseerd sediment in grote concentraties voorkomt, de zogenaamde troebelheidsmaxima. Deze troebelheidsmaxima zijn zeer bepalend voor de ecologische eigenschappen van het estuarium. In de literatuur zijn een aantal fysische processen beschreven die kunnen resulteren in een convergentie van fijn sediment op specifieke lokaties in een estuarium.

Zoals boven al genoemd kan de convergentie van fijn sediment dichtbij de bodem begrepen worden als een samenspel van enerzijds de landwaarts gerichte dichtheidsgedreven stroming en anderzijds de zeewaarts gerichte rivierstroom. (Hansen & Rattray, 1965). Als nu het fijne sediment als een tracer met kleine valsnelheid wordt beschouwd, wordt dit sediment vooral gedeponerd in de buurt van de zouttong. Dit resulteert in een estuarien troebelheidsmaximum (ETM) nabij het dichtheidsfront. De gebieden waarin het fijne sediment zich ophoopt, worden bepaald door de lokaties van dichtheidsgedreven stroming (zie figuur 11).



Figuur 11: Schets van het klassieke model voor de vorming van een ETM in een micro-getijde estuarium ten gevolge van de convergentie van rivierstroming en gravitationele stroming dicht bij de bodem.

Andere mechanismen kunnen ook resulteren in convergentie van fijn sediment, bijvoorbeeld de asymmetrie in de getijsnelheidscurve als functie van de tijd en de interactie van die getijsnelheid met de tijdsafhankelijke concentratievelden (Jay & Musiak, 1994). Het relatieve belang van deze twee mechanismen is bestudeerd in Burchard & Baumert (1998). Hierin concludeerden ze dat het mechanisme geassocieerd met getij-asymmetrie efficiënter was voor het vangen van deeltjes dan het mechanisme geassocieerd met de dichtheidsgedreven circulatie.

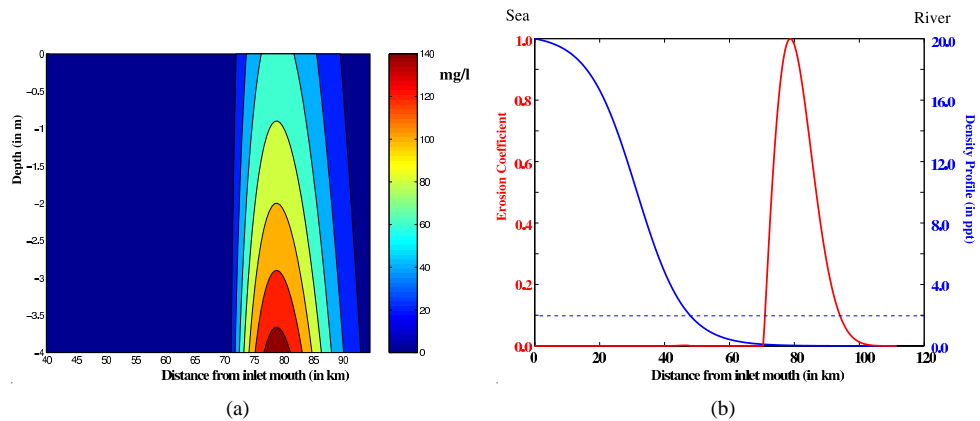
De York rivier, een getijderivier die uitmondt in de Chesapeake Bay (Virginia, USA), lijkt aan de eisen van het conceptuele model te voldoen: het systeem is een micro-getijde systeem dat gedeeltelijk gemengd is. Verder wordt het gebied van hoogste troebelheid gevonden op lokaties waar de bodem bestaat uit fijn sediment; deze bevinden zich nabij de overgang van brak naar zout water. Echter, er wordt vaak een tweede troebelheidsmaximum waargenomen verder zeewaarts in het estuarium, daar waar het systeem verandert van gestratificeerd naar gemengd (Lin & Kuo, 1999). Ver-

der zijn er aanwijzingen dat de ETM in de York rivier eerder wordt veroorzaakt door de aanwezigheid van de modderpoel en niet de oorzaak is van de modderpoel (Friedrichs *et al.*, 1999). Het volgende beeld kan worden gevormd aan de hand van waarnemingen in de York rivier: tijdens normaal gestratificeerde omstandigheden wordt er een ETM waargenomen. Deze ETM wordt zwakker en schuift naar een meer bovenstroomse positie als de stratificatie sterker wordt (meer rivierafvoer). Tijdens meer gemengde omstandigheden wordt er vaak een tweede ETM gevormd. De aanwezigheid van een tweede ETM beperkt zich echter niet alleen tot estuaria aan de oostkust van de US. Ook in het Elbe–estuarium wordt vaak een tweede ETM waargenomen (Rolinski, 2002). De vragen die ten grondslag liggen aan dit onderzoek zijn de volgende.

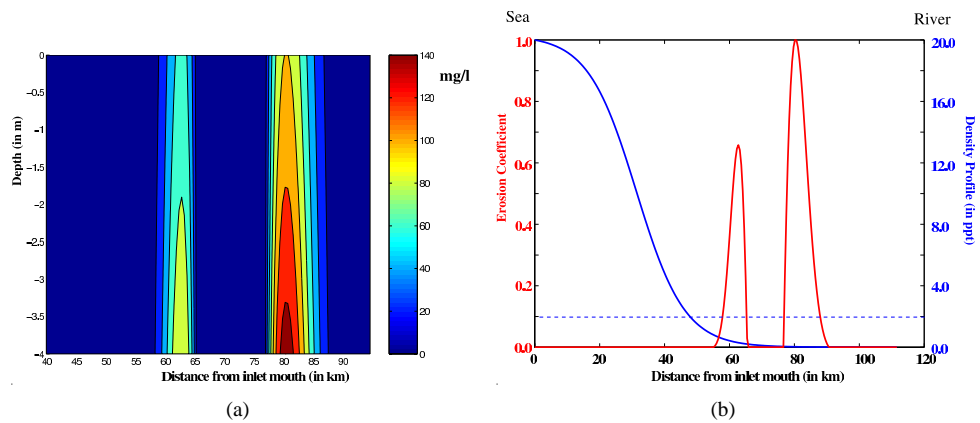
- Welke fysische mechanismen resulteren in de vorming van estuariene troebelheidsmaxima?
- Wat is het relatieve belang van deze verschillende mechanismen?
- Onder welke condities vindt de vorming van twee in plaats van één troebelheidsmaximum plaats?

Om deze onderzoeksvragen te kunnen beantwoorden, is een breedtegemiddelde model ontwikkeld (zie Schuttelaars (2001)). De breedte van het estuarium is exponentieel afnemend. De bodem wordt vlak verondersteld. Aan de zeezijde wordt een getijforcering voorgeschreven, aan de rivierzijde een debiet. De waterbeweging wordt beschreven door de breedtegemiddelde ondiepwater vergelijkingen. Om de concentratie van opgelost sediment te berekenen wordt een over de breedtegemiddelde advectie–diffusie-vergelijking opgesteld. De dichtheid in het estuarium kan zowel worden voorgeschreven (diagnostisch) als dynamisch bepaald worden (prognostisch). De vergelijkingen worden analytisch opgelost door de fysische variabelen te ontwikkelen in een kleine parameter, Z/H . Hierbij is Z de amplitude van het verticale getij en H de ongestoorde waterdiepte. Met behulp van deze analytische uitdrukkingen kunnen de convergenties en divergenties van de (getijgemiddelde) sedimentfluxen worden uitgerekend.

Een belangrijke uitbreiding met betrekking tot het model zoals beschreven in Schuttelaars (2001) is het feit dat de erosiecoëfficiënt een functie van de lokatie in het estuarium is. Dit beschrijft de plaatsafhankelijke beschikbaarheid van sediment. Door de aanname is het mogelijk morfologische evenwichtssituaties te vinden waarbij lokaal hoge concentraties worden waargenomen. Uit experimenten met dit model volgt dat tijdens gestratificeerde condities er één sterk ETM aanwezig is (zie figuur 12(a)). In figuur 12(b) zijn de bijbehorende erosiecoëfficiënt getoond en het diepte–onafhankelijke deel van de dichtheidsverdeling. Als echter de verticale stratificatie door verticale menging is verdwenen, kan de vorming van een tweede ETM optreden, zie figuur 13(a). De sterkste ETM bevindt zich op dezelfde plaats als in de gestratificeerde situatie. Echter, de concentraties in deze ETM zijn groter. Dit komt overeen met de waarneming dat door stratificatie de sterkte van de ETMs afneemt. Verder is in figuur 13(a) een tweede ETM te zien, die zich ongeveer 30 km benedenstrooms van de eerste ETM bevindt. Deze ETM is beduidend zwakker. Ook dit komt kwalitatief goed overeen met de waarnemingen in de York rivier. In figuur 13(b) zijn de bijbehorende erosiecoëfficiënt getoond en het diepte–onafhankelijke deel van de dichtheidsverdeling. De hier getoonde situaties zijn alle berekend met een diagnostisch dichtheidsprofiel. Het prognostisch



Figuur 12: Evenwichtssituatie in een verticaal gestratificeerd estuarium. Figuur (a) toont een contourplot van de concentratie. Langs de x-as staat de positie in het estuarium en langs de y-as de diepte. De verschillende kleuren duiden op verschillende concentraties van gesuspendeerd materiaal. In figuur (b) is de erosiecoëfficiënt en het diepte-onafhankelijke deel van de dichtheid geplott als functie van de plaats in het estuarium.



Figuur 13: Evenwichtssituatie in een goed gemengd estuarium. Figuur (a) toont een contourplot van de concentratie. Langs de x-as staat de positie in het estuarium en langs de y-as de diepte. De verschillende kleuren duiden op verschillende concentraties van gesuspendeerd materiaal. In figuur (b) is de erosiecoëfficiënt en het diepte-onafhankelijke deel van de dichtheid geplott als functie van de plaats in het estuarium.

model resulteert altijd in een verticaal gestratificeerd dichtheidsveld. Dit betekent dat alleen de situatie met één ETM in het model wordt waargenomen. Een exacte duiding van het fysisch mechanisme dat resulteert in de vorming van twee in plaats van één ETM zal de komende tijd verder worden bestudeerd en beschreven. Verder is het van

belang de stabiliteit van de gevonden oplossingen voor kleine verstoringen nader te bekijken.

References

- BARRETT, J.C., GROSSMAN, G.D., & ROSENFLED, J. 1992. Turbidity-induced changes in reactive distance of rainbow trout. *Transactions of the American Fisheries Society*, **121**, 437–443.
- BURCHARD, H., & BAUMERT, H. 1998. The formation of estuarine turbidity maxima due to density effects in the salt wedge. A hydrodynamic process study. *J. Phys. Ocean.*, **28**, 309–321.
- CÁCERES, M., VALLE-LEVINSON, A., SEPÚVEDA, H.H., & HOLDERIED, K. 2002. Transverse variability of flow and density in a Chilean fjord. *Cont. Shelf Res.*, **22**, 1638–1698.
- DE JONGE, V. N., & DE JONGE, D. 1992. Role of tide, light and fisheries in the decline of *Zostera marina* in the Dutch Wadden Sea. *Neth. J. Res.*, **20**, 161–176.
- DYER, K. R. 1986. *Coastal and estuarine sediment dynamics*. Chichester: John Wiley & Sons.
- FRIEDRICHS, C. T., & AUBREY, D. G. 1994. Tidal propagation in strongly convergent channels. *J. Geophys. Res.*, **99**, 3321–3336.
- FRIEDRICHS, C. T., & AUBREY, D. G. 1996. Uniform bottom shear stress and equilibrium hypsometry of intertidal flats. *Pages 405–429 of: PATTIARATCHI, C. (ed), Mixing in estuaries and coastal seas*. Washington D.C.: Amer. Geophys. Union.
- FRIEDRICHS, C.T., SCHAFFNER, L.C., DELLAPENNA, T.M., & LIN, J. 1999. Migration of mud beds associated with double turbidity maxima in a tidally energetic, partially-mixed estuary. *In: 15th Biennial International Conference of the Estuarine Research Federation*.
- GEYER, W. R. 1993. The importance of suppression of turbulence by stratification on the estuarine turbidity maximum. *Estuaries*, **16**, 113–125.
- HANSEN, D.V., & RATTRAY, M. 1965. Gravitational circulation in straits and estuaries. *J. Marine Res.*, **23**, 104–122.
- JAY, D.A., & MUSIAK, J.D. 1994. Particle trapping in estuarine tidal flows. *J. Geophys. Res.*, **99**, 445–461.
- JEUKEN, M. C. J. L. 2000. *On the morphological behaviour of tidal channels in the Westerschelde estuary*. Ph.D. thesis, University of Utrecht, The Netherlands.
- LIN, J., & KUO, A.Y. 1999. Downstream turbidity maximum in the York river, Virginia. *In: 15th Biennial International Conference of the Estuarine Research Federation*.

- LIN, J., & KUO, A.Y. 2001. Downstream turbidity maximum in the York river, Virginia. *Estuaries*, **24**, 707–720.
- MOORE, K. A., WETZEL, R. L., & ORTH, R. J. 1997. Seasonal pulse of turbidity and their relations to eelgrass (*Zostera marina* L.) survival in an estuary. *J. of Exp. Mar. Biol. Ecol.*, **215**, 115–134.
- NICHOLS, M.M., & BIGGS, R.B. 1985. Estuaries. *Pages 77–186 of*: DAVIS, R.A. (ed), *Coastal Sedimentary Environments*. New York: Springer–Verlag.
- NICHOLS, M.M., & POOR, G. 1967. Sediment transport in a coastal plain estuary. *J. Waterw. Harbors Div., ASCE*, **93**, 83–95.
- ROLINSKI, S. 2002. *Transport of particulate matter in the Elbe estuary by means of numerical simulations*. Tech. rept. Dresden University of Technology.
- SCHOELLHAMER, D.H. 2001. Influence of salinity, bottom topography, and tides on locations of estuarine turbidity maxima in northern San Francisco Bay. *Pages 343–357 of*: MCANALLY, W.H., & MEHTA, A.J. (eds), *Coastal and estuarine fine sediment transport processes*. Amsterdam: Elsevier.
- SCHRAMKOWSKI, G.P., SCHUTTELAARS, H.M., & DE SWART, H.E. 2002. The effect of geometry and bottom friction on local bed forms in a tidal embayment. *Cont. Shelf Res.*, **22**, 1821–1834.
- SCHUTTELAARS, H. M. 2001. *Vorming van Estuariene Troebelheidsmaxima in Geedeeltelijk Gemengde Estuarium*. Tech. rept. IMAU.
- SCHUTTELAARS, H. M., & DE SWART, H. E. 2000. Multiple morphodynamic equilibria in tidal embayments. *J. Geophys. Res.*, **105**, 24105–24118.
- TÖNIS, I. E., STAM, J. M. T., & VAN DE GRAAF, J. 2002. Morphological changes of the Haringvliet estuary after closure in 1970. *Coastal Eng.*, **44**, 191–203.
- VAN DE KREEKE, J., & ZIMMERMAN, J.T.F. 1990. Gravitational circulation in well- and partially mixed estuaries. *Pages 495–523 of*: LEMEHAUTE, B., & HANES, D. M. (eds), *The Sea, Vol. 9, Part A*. Springer Verlag.
- VAN DER SPEK, A.J. 1997. Tidal asymmetry and long-term evolution of Holocene tidal basins in The Netherlands, simulation of paleo-tides in the Schelde estuary. *Marine Geology*, **141**, 71–90.
- VERBEEK, H., WANG, Z. B., & THOOLEN, P. 1999. Secondary currents in estuarine morphodynamic modelling, a case-study of the Western Scheldt. *In*: SEMINARA, G. (ed), *River, coastal and estuarine morphodynamics*. Genova: University of Genova, for IAHR.
- WANG, Z.B., JEUKEN, M.C.J.L., GERRITSEN, H., DE VRIEND, H.J., & KORNMAN, B.A. 2002. Morphology and asymmetry of the vertical tide in the Westerschelde estuary. *Cont. Shelf Res.*, **22**, 2599–2609.

- WINTERWERP, J.C. 1999. *On the dynamics of high-concentrated mud suspensions*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- ZIMMERMAN, J. T. F. 1992. On the Lorentz linearization of a nonlinearly damped tidal Helmholtz oscillator. *Proc. Kon. Ned. Akad. v. Wetensch.*, **95**, 127–145.